

Feuille de TD n°18

MP Lycée Clemenceau

Février 2023

Exercice 1 : Calculer les réels suivants :

$$a) \inf \left\{ \int_0^{\pi/2} (a \cos(t) + b \sin(t) - \cos(2t))^2 dt, (a, b) \in \mathbb{R}^2 \right\} \quad b) \inf_{(a,b) \in \mathbb{R}^2} \int_0^{+\infty} (a + bt - \sin(t))^2 e^{-t} dt$$

Exercice 2 : Soit $A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

Déterminer

$$\inf \left\{ \sum_{1 \leq i, j \leq n} (m_{ij} - a_{ij})^2, M = (m_{ij}) \in \mathcal{S}(n) \right\}$$

Exercice 3 : Déterminer la nature de l'endomorphisme défini sur l'espace euclidien usuel \mathbb{R}^3 , par la matrice (dans la base canonique)

$$A = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} -2 & 6 & -3 \\ 6 & 3 & 2 \\ -3 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

Exercice 4 : Même question avec les matrices suivantes

$$-\frac{1}{9} \begin{pmatrix} 7 & 4 & 4 \\ -4 & 8 & -1 \\ 4 & 1 & -8 \end{pmatrix} \quad \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix} \quad \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 2 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} \cos(t) & -\sin(t) & 0 \\ \sin(t) \cdot \cos(t) & \cos^2(t) & -\sin(t) \\ \sin^2(t) & \sin(t) \cdot \cos(t) & \cos(t) \end{pmatrix} \quad t \in]0, \pi[$$

Exercice 5 : Soient R et R' deux rotations de \mathbb{R}^3 , déterminer l'application définie par

$$f = R^{-1} \circ R' \circ R$$