

Feuille de TD n°1 : récursivité

MPSI option informatique

Février 2025

Exercice 1 : Ecrire une fonction récursive de signature `int -> int -> int` qui calcule le coefficient binomial $\binom{n}{k}$. Il faudra que cette fonction aie une complexité linéaire en appels récursifs.

Exercice 2 : Ecrire une fonction `bezout` de signature `int -> int -> int * int` qui calcule des coefficients de Bezout de deux entiers.

Exercice 3 : Écrivez une fonction récursive `som_chiffres` de type `int -> int` qui calcule la somme des chiffres de l'entier passé en argument.

Exercice 4 : (*addition récursive terminale*)

Ecrire une fonction `add : int -> int -> int`, récursive terminale, et effectuant la somme de ses deux arguments (supposés ≥ 0). Les seules opérations autorisées sont l'addition ou la soustraction de 1.

Exercice 5 : Écrire une fonction `mul : int -> int -> int`, utilisant une fonction auxiliaire récursive terminale, et effectuant le produit de ses deux arguments (supposés positifs). Les seules opérations autorisées sont l'addition, et la multiplication par 2 (ou la division par 2 d'un nombre pair).

Exercice 6 : Écrivez une fonction récursive `ordre_lexico` de type `string -> string -> bool` qui détermine si une chaîne de minuscules est située avant une autre pour l'ordre lexicographique.

Exercice 7 : *Les tours de Hanoï* : le matériel de ce casse-tête classique est constitué de trois piquets, numérotés 1,2,3 et de n rondelles de diamètres différents percées de sorte qu'elles peuvent être enfilées sur les piquets. Dans la position initiale, les rondelles sont enfilées par ordre de diamètre décroissant sur le piquet 1 ; le but du jeu est de les transférer vers le piquet 3 en respectant les règles suivantes :

- déplacer une seule rondelle à la fois
- à aucun moment il n'a une rondelle posée sur une autre de diamètre inférieur

- 1) Ecrire une fonction récursive affichant une succession de déplacements permettant de résoudre ce problème.
- 2) Déterminer le nombre de déplacements effectués en fonction de n .

Exercice 8 : Le jeu du baguenaudier est un puzzle constitué d' n anneaux enchevêtrés dans une navette, le but étant de libérer celle-ci du système des anneaux. Il peut être modélisé de la manière suivante : on dispose d'une réglette contenant n cases numérotées de 1 à n et sur chacune desquelles est disposé un pion. Le but du jeu est d'ôter ces n pions en respectant les règles suivantes :

- il n'y a jamais plus d'un pion par case ;
- on peut à tout moment poser (s'il n'y en a pas) ou enlever (s'il y en a un) un pion sur la case 1 ;
- on peut poser ou enlever un pion sur la case $j \in \llbracket 2, n \rrbracket$ s'il y a un pion sur la case $j - 1$ et aucun sur les cases précédentes.



Dans cette configuration, on peut poser un pion dans la case 1 ou ôter celui de la case 4

- 1) Ecrire une fonction récursive donnant une solution de ce puzzle.
- 2) Combien de mouvements nécessite la résolution de ce problème ?