

Colle n° 2 : Semaine du 23 septembre 2024

Séries numériques

Reprise du programme précédent

Rappels d'algèbre linéaire

Rappels d'algèbre linéaire de MPSI : Espaces vectoriels, sous espaces vectoriels, familles de vecteurs, somme de deux sous espaces, sous espaces supplémentaires, applications linéaires. Formes linéaires, hyperplans. Notion de dimension, théorème du rang. Calculs matriciels, trace, déterminants, déterminante de Vandermonde, comatrice.

On complète avec :

Contenus	Capacités & commentaires
Compléments d'algèbre linéaire	
Somme, somme directe d'une famille finie de sous-espaces vectoriels. Si F_1, \dots, F_p sont des sous-espaces de dimension finie, $\dim\left(\sum_{i=1}^p F_i\right) \leq \sum_{i=1}^p \dim(F_i)$ avec égalité si et seulement si la somme est directe. Si E_1, \dots, E_p sont des sous-espaces de E tels que $E = \bigoplus E_i$ et si $u_i \in \mathcal{L}(E_i, F)$ pour tout i , alors il existe une et une seule $u \in \mathcal{L}(E, F)$ telle que $u _{E_i} = u_i$ pour tout i . Matrices définies par blocs. Opérations par blocs de tailles compatibles (combinaison linéaire, produit, transposition). Déterminant d'une matrice triangulaire par blocs.	Projecteurs associés à une décomposition de E en somme directe. Base adaptée à une décomposition en somme directe. Interprétation géométrique des blocs. La démonstration concernant le produit par blocs n'est pas exigible. Transvections par blocs. Invariance du déterminant.

Questions de cours :

- Isomorphisme entre un supplémentaire du noyau et l'image
- Hyperplans équivalence des deux définitions (supplémentaire d'une droite et noyau d'une forme linéaire)
- Définition d'une matrice de passage, formule du changement de bases.
- toute question intéressante
- ou un exercice de la banque CCINP (cf fichier TD02)